第35講　条件付き確率

35　区別のつかない3個の赤い球と7個の白い球の合計10個が袋の中に入っている．この袋の中から1個ずつ2回に分けて球を取り出すとき，1回目に赤い球を取り出す事象を A，2回目に赤い球を取り出す事象を B とする．次のそれぞれの場合において，条件付き確率 $P_A(B)$ と $P_B(A)$ を求めよ．

(1)　取り出した球はもとの袋に戻さない場合

(2)　取り出した球はもとの袋に戻す場合

(3)　取り出した球が赤の場合はもとの袋に戻し，取り出した球が白の場合はもとの袋に戻さない場合

(4)　取り出した球が白の場合はもとの袋に戻し，取り出した球が赤の場合はもとの袋に戻さない場合

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 35 講　条件付き確率

35 2 つのさいころ A と B があり，各面に 1，2，3，4，5，6 の目が書かれている．これらのさいころについて，A のさいころの各面には 1，3，4，5，6，8 の目のシールを貼り，B のさいころの各面には 1，2，2，3，3，4 の目のシールを貼った．

はじめに硬貨を投げ，次に A と B のさいころを同時に投げる次の試行を行う．

- 硬貨を投げて表が出れば，両方のさいころのシールをすべてはがして 2 つのさいころを同時に投げる．
- 硬貨を投げて裏が出れば，両方ともシールをはがさずに 2 つのさいころを同時に投げる．

この試行について，2 つのさいころの目の和が 3 の倍数であるという条件のもとで，目の差が 2 以下である条件付き確率を求めよ．

ただし，シールの有無に関わらず，さいころの各面の出方は同様に確からしいとする．

【選択肢】

㋐ $\frac{15}{44}$　㋑ $\frac{5}{8}$　㋒ $\frac{5}{12}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 35 講　条件付き確率

35　区別のつかない 3 個の赤い球と 7 個の白い球の合計 10 個が袋の中に入っている．この袋の中から 1 個ずつ 2 回に分けて球を取り出すとき，1 回目に赤い球を取り出す事象を A，2 回目に赤い球を取り出す事象を B とする．次のそれぞれの場合において，条件付き確率 $P_A(B)$ と $P_B(A)$ を求めよ．

(1)　取り出した球はもとの袋に戻さない場合

(2)　取り出した球はもとの袋に戻す場合

(3)　取り出した球が赤の場合はもとの袋に戻し，取り出した球が白の場合はもとの袋に戻さない場合

(4)　取り出した球が白の場合はもとの袋に戻し，取り出した球が赤の場合はもとの袋に戻さない場合

【答】(1)　$P_A(B)=\dfrac{2}{9}$，$P_B(A)=\dfrac{2}{9}$　(2) $P_A(B)=\dfrac{3}{10}$，$P_B(A)=\dfrac{3}{10}$

(3) $P_A(B)=\dfrac{3}{10}$，$P_B(A)=\dfrac{27}{97}$　(4) $P_A(B)=\dfrac{2}{9}$，$P_B(A)=\dfrac{20}{83}$

【解答】

取り出した球を戻す戻さないに関わらず，1 回目に取り出す色に影響を及ぼさないので，

$P(A)=\dfrac{3}{10}$，$P(\overline{A})=\dfrac{7}{10}$ となる．

(1)　取り出した球をもとに戻さないので，1 回目に赤球を取り出した場合，2 回目の試行の前には赤球が 2 個，白球が 7 個となっているので

$P(A\cap B)=\dfrac{3}{10}\times\dfrac{2}{9}$，$P(A\cap\overline{B})=\dfrac{3}{10}\times\dfrac{7}{9}$ となる．

また 1 回目に白球を取り出した場合，2 回目の試行の前には赤球が 3 個，白球が 6 個となっているので $P(\overline{A}\cap B)=\dfrac{7}{10}\times\dfrac{3}{9}$，$P(\overline{A}\cap\overline{B})=\dfrac{7}{10}\times\dfrac{6}{9}$ となる．

以上より，$P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{\dfrac{3}{10}\times\dfrac{2}{9}}{\dfrac{3}{10}}=\boldsymbol{\dfrac{2}{9}}$

$$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\dfrac{3}{10}\times\dfrac{2}{9}}{\dfrac{3}{10}\times\dfrac{2}{9}+\dfrac{7}{10}\times\dfrac{3}{9}}=\boldsymbol{\frac{2}{9}}$$

(2)　取り出した球をもとに戻すので，2 回目の試行は 1 回目と同じに考えられるので

$P(A\cap B)=\dfrac{3}{10}\times\dfrac{3}{10}$，$P(A\cap\overline{B})=\dfrac{3}{10}\times\dfrac{7}{10}$，$P(\overline{A}\cap B)=\dfrac{7}{10}\times\dfrac{3}{10}$，

$P(\overline{A}\cap\overline{B})=\dfrac{7}{10}\times\dfrac{7}{10}$ となる．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

以上より，$P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{\frac{3}{10}\times\frac{3}{10}}{\frac{3}{10}}=\mathbf{\dfrac{3}{10}}$

$$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{3}{10}\times\frac{3}{10}}{\frac{3}{10}\times\frac{3}{10}+\frac{7}{10}\times\frac{3}{10}}=\mathbf{\frac{3}{10}}$$

(3)　1 回目に赤球を取り出した場合は取り出した球をもとに戻すので，2 回目の試行は 1 回目と同じに考えて $P(A\cap B)=\dfrac{3}{10}\times\dfrac{3}{10}$，$P(A\cap\overline{B})=\dfrac{3}{10}\times\dfrac{7}{10}$ となる．

また 1 回目に白球を取り出した場合は取り出した球をもとに戻さないので，2 回目の試行の前には赤球が 3 個，白球が 6 個となっているので

$P(\overline{A}\cap B)=\dfrac{7}{10}\times\dfrac{3}{9}$，$P(\overline{A}\cap\overline{B})=\dfrac{7}{10}\times\dfrac{6}{9}$ となる．

以上より，$P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{\frac{3}{10}\times\frac{3}{10}}{\frac{3}{10}}=\mathbf{\dfrac{3}{10}}$

$$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{3}{10}\times\frac{3}{10}}{\frac{3}{10}\times\frac{3}{10}+\frac{7}{10}\times\frac{3}{9}}=\mathbf{\frac{27}{97}}$$

(4)　1 回目に赤球を取り出した場合は取り出した球をもとに戻さないので，2 回目の試行の前には赤球が 2 個，白球が 7 個となっているので

$P(A\cap B)=\dfrac{3}{10}\times\dfrac{2}{9}$，$P(A\cap\overline{B})=\dfrac{3}{10}\times\dfrac{7}{9}$ となる．

また 1 回目に白球を取り出した場合は取り出した球をもとに戻すので，2 回目の試行は 1 回目と同じに考えて $P(\overline{A}\cap B)=\dfrac{7}{10}\times\dfrac{3}{10}$，$P(\overline{A}\cap\overline{B})=\dfrac{7}{10}\times\dfrac{7}{10}$ となる．

以上より，$P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}}{\frac{3}{10}}=\mathbf{\dfrac{2}{9}}$

$$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}}{\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}+\frac{7}{10}\times\frac{3}{10}}=\mathbf{\frac{20}{83}}$$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 35 講　条件付き確率

35　2 つのさいころ A と B があり，各面に 1，2，3，4，5，6 の目が書かれている．
これらのさいころについて，A のさいころの各面には 1，3，4，5，6，8 の目のシールを貼り，B のさいころの各面には 1，2，2，3，3，4 の目のシールを貼った．

はじめに硬貨を投げ，次に A と B のさいころを同時に投げる次の試行を行う．

・硬貨を投げて表が出れば，両方のさいころのシールをすべてはがして 2 つのさいころを同時に投げる．

・硬貨を投げて裏が出れば，両方ともシールをはがさずに 2 つのさいころを同時に投げる．

この試行について，2 つのさいころの目の和が 3 の倍数であるという条件のもとで，目の差が 2 以下である条件付き確率を求めよ．

ただし，シールの有無に関わらず，さいころの各面の出方は同様に確からしいとする．

【選択肢】

㋐ $\frac{15}{44}$　㋑ $\frac{5}{8}$　㋒ $\frac{5}{12}$

【答】 ㋑

【解答】

表が出たときの A と B の目の和と裏が出たときの A と B の目の和を以下の 2 つの表にまとめる．

ただし，斜体文字は 2 つの目の和が 3 の倍数になるもので，太字は 2 つの目の和が 3 の倍数になるものの中で 2 つの目の差が 2 以下のものを表している．

《表》

B＼A	1	2	3	4	5	6
1	2	**3**	4	5	*6*	7
2	**3**	4	5	**6**	7	8
3	4	5	**6**	7	8	*9*
4	5	**6**	7	8	**9**	10
5	*6*	7	8	**9**	10	11
6	7	8	*9*	10	11	**12**

《裏》

B＼A	1	3	4	5	6	8
1	2	4	5	*6*	7	*9*
2	**3**	5	**6**	7	8	10
2	**3**	5	**6**	7	8	10
3	4	**6**	7	8	*9*	11
3	4	**6**	7	8	*9*	11
4	5	7	8	**9**	10	*12*

上記の 72 通りの起こる確率は同様に確からしいので，求める条件付き確率は $\frac{15}{24}=\frac{5}{8}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。